HYBRIS
REVISTA DE FILOSOFÍA
Vol. 16 N° 1.
ISSN 0718-8382, mayo 2025, pp. 59-78
www.cenaltesediciones.cl

Topología, lógica y filosofía: por un trabajo inter-disciplinar

Topology, Logic and Philosophy: For an Interdisciplinary Work

Esteban Echaniz*
Universidad de Santiago de Chile
esteban.echaniz@usach.cl

DOI: 10.5281/zenodo.15644617

Recibido: 02/11/2024 **Aceptado**: 17/03/2025

Resumen: En este artículo se establece una panorámica histórica contemporánea entre la topología y filosofía, y los conceptos que unen ambas áreas. Asimismo, se examinan limitaciones formales y problemas filosóficos de la semántica de mundos posibles. Posteriormente se examinan los trabajos de filósofos de la ciencia de Daniel Kostić y Thommas Mormann, quienes reivindican el uso de la topología en la filosofía, específicamente en el contexto de la epistemología y metafísica. Finalmente, se propone una tesis reivindicativa del uso de la topología en la filosofía.

Palabras clave: Topología, Mundo, Explicaciones Topológicas, Lógica, Espacio.

Abstract: This article provides a contemporary historical overview of the relationship between topology and philosophy, and the concepts that link the two areas. Formal limitations and philosophical problems of possible worlds semantics are also examined. It then examines the work of philosophers of science Daniel Kostić and Thommas Mormann, who claim the use of topology in philosophy, specifically in the context of epistemology and metaphysics. Finally, a thesis vindicating the use of topology in philosophy is proposed.

Keywords: Topology, World, Topological Explanations, Logic, Space.

* Licenciado en Filosofía por la Universidad de Valparaíso. Estudiante del Magíster en Filosofía de las Ciencias de la Universidad de Santiago de Chile.
El siguiente artículo fue posible gracias al apoyo de la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo de la República de Chile (ANID), a través de la Beca de Magíster para Profesionales de la Educación en Chile, N° 50240036, año académico 2024. De igual manera, agradezco profundamente los útiles comentarios de Gabi Donoso-Umaña, Miguel Álvarez Lisboa, y Wilfredo Quezada Pulido. Finalmente, agradezco las provechosas correcciones del revisor anónimo que permitieron la mejora sustancial de este trabajo.
https://orcid.org/0000-0002-6667-5436

1. Breve historia de la era “pre-kripkeana” de la lógica modal

La lógica modal es la “lógica de la necesidad y de la posibilidad”. La lógica modal –también conocida como lógica modal alética– forma parte de las llamadas extensiones de la lógica clásica (o lógicas extendidas). Las lógicas extendidas agregan nuevos operadores a la lógica clásica, de modo que se siguen cumpliendo los "Grandes Principios" o "Leyes" de la lógica clásica (i.e. Principio de Tercero Excluido, Principio de Identidad, Principio de No-Contradicción, Principio de Explosión, Principio de Monotonicidad), y, además, añade nuevos operadores que expresan las distintas modalidades. En el caso de la lógica modal alética (en adelante lógica modal) tenemos los operadores modales □ y ◊. La lectura de dichos operadores modales dependerá exclusivamente de la interpretación que se tenga de ellos. Anteriormente, mencionamos que la lógica modal es la “lógica de la necesidad y de la posibilidad”, dicha interpretación suele ser la más “popular”, en la que la posibilidad es representada por el operador ◊ y la necesidad por □ respectivamente. Por otro lado, los operadores □ y ◊ pueden utilizarse para representar otras modalidades. Véase el caso de las modalidades deónticas donde el operador ◊ se interpreta como “permitido” y □ como “obligación”. Nótese que en la lógica deóntica (“la lógica de la ética”) se utilizan los operadores O para “obligación” y P para “permitido”. En rigor, lo único que varía es la notación y la interpretación de □ y ◊. Podríamos continuar señalando otras formas de interpretar □ y ◊, pero resulta prudente hacer de forma previa un repaso de la historia de la lógica modal. ¿Por qué? La lógica modal es la única en donde su matemática, filosofía e historia toman un papel central tanto en conjunto como en separado.

Desde comienzos del siglo XX y a lo largo de más de medio siglo, se produce un gran desarrollo en la sintaxis de la lógica modal. Aquella época puede ser conocida como la “pre-historia de la semántica de mundos posibles” o la “era pre-kripkeana” (Cresswell 2013; 2019). Esto se debe a que, en primer lugar, no existía una semántica para la lógica modal en términos *modelo-teóricos* (*model-theoretic semantics*). Dicho sea de paso, pensar que la sintaxis no posee significado suele ser un error bastante común dentro del ámbito filosófico de la lógica, lo que demanda ser precisos con respecto a qué tipo de semántica nos referimos cuando hablamos de “la” semántica o “una” semántica. Una semántica para la lógica modal que no posea una teoría de modelos (en términos kripkeanos) es, por ejemplo, la proporcionada por Rudolf Carnap en su obra de posguerra *Modalities and quantification* (1946) y *Meaning and Necessity* (1947). En esta época de incipiente desarrollo de la lógica modal, la "semántica estándar" que se utilizaba era de índole *probatoria-teórica* (*proof-theoretic semantics*).

En segundo lugar, las personas más familiarizadas con la lógica modal probablemente sepan que la *semántica modelo-teórica estándar* se la debemos a Saul Kripke . La relevancia de esta semántica reside en tener una forma de representar y dar valores de verdad a nuestras fórmulas. Tres son los momentos en que se puede cifrar el desarrollo cronológico de este entendimiento de la semántica por parte de Kripke:

1. Creación de una definición de validez en base a clases de modelos, permitiendo así demostrar a través de *tableux* un teorema de completitud para el sistema modal S5 (cuantificacional) (Kripke, 1959).

2. División la lógica modal en sistemas normales y no-normales (Kripke, 1963a) para, posteriormente, presentar su semántica para la lógica modal (Kripke, 1963b), conocida popularmente como *Semántica de Mundos Posibles* o *Semántica Kripkeana*.

3. Extensión de la *Semántica de Mundos Posibles* a los sistemas no-normales de la lógica modal (Kripke, 1965).

Un aspecto no menor y bastante relevante para lo que desarrollaré es tener a la vista un panorama amplio del desarrollo de la lógica modal. Con dicha aseveración no pretendo minimizar el aporte de Kripke a la lógica modal y a la teoría de modelos, pero, suele ocurrir que damos mucho más valor a las *semánticas modelo-teóricas* que a las *semánticas probatoria-teóricas*. De igual forma, tampoco pretendo defender una postura ortodoxa respecto a la sintaxis o a la gramática de la lógica, ya que sería caer en el mismo problema. En cierta medida, la lógica matemática (la lógica que sigue la tradición Booleana) está en la vereda sintáctica del problema. Para encontrar una solución a esta dificultad no hay que ser ni muy creativo ni estar muy al tanto de la actualidad de la lógica, simplemente debemos encontrar el punto medio entre ambas concepciones de la lógica: la *semántica* (*semántica modelo-teórica*) y sintaxis (*semántica probatoria-teórica*). Dicho punto medio, como usualmente pasa en la filosofía, fue trabajado, pero no fue considerado lo suficiente para que tenga una relevancia tangencial o central en la filosofía de la lógica como disciplina (mucho menos en Hispanoamérica).

2. Mundo y Espacio

No es extraño que, de vez en cuando, descubramos o *redescubramos* un filósofo o lógico. Este es el caso de un lógico no tan reconocido o, al menos, no muy nombrado hasta hace unos años. Arnould Bayart (1911-1998) fue un lógico belga que realizó varios aportes significativos en el ámbito de la lógica modal durante la era *pre-kripkeana*. Fue discípulo de Robert Feys (uno de los lógicos más relevantes de Europa durante la primera mitad del siglo XX). Bayart fue pionero en ciertos análisis semánticos y sintácticos de la lógica modal. Max Cresswell realizó un gran trabajo revalorizando el trabajo de Bayart, responsable tanto de traducirlo al inglés (Creswell, 2015) como de ponderar críticamente su obra (Cresswell 2016; 2019). El lógico belga proporciona una definición de validez para la lógica de primer y segundo orden en S5 (Bayart, 1958). La definición de validez para S5 cuantificacional entregada por Bayart, está construida a base de un conjunto de mundos posibles. De manera pionera, su propuesta da cuenta de dos elementos. En primer lugar, que los *mundos posibles* no deben ser modelos y que dichos *mundos posibles* pueden ser "cualquier cosa". En segundo lugar, vemos una ruptura con el status quo imperante. Durante la era *pre-kripkeana* se concebía a los *mundos posibles* como modelos o interpretaciones. Similarmente, la interpretación de las modalidades de necesidad y la posibilidad era en términos de validez. Bayart, siendo contrario a su época, proporciona su definición de validez distinguiendo dicha noción de la necesidad lógica. A diferencia de Bayart tenemos como ejemplo el texto de Carnap (1946). Este nos presenta una semántica cuantificacional para la lógica modal. Paradójicamente, la lógica de predicados (*amodal*) *carnapiana* es completa[1] (Cresswell, 2014), pero, cuando añadimos los operadores modales, pasa a ser *inaxiomatizable*.[2]

1 "Una teoría es (sintácticamente) completa si da respuesta a todas las preguntas que pueden formularse en su lenguaje. Una teoría T es completa si y sólo si para cada sentencia $\alpha \in \mathcal{L}$ (T), o bien $\alpha \in$ T, o bien $\neg\alpha \in$ T" (Mosterín & Torretti, 2010. pág. 580-581).

2 "Una teoría es axiomatizable si todos sus teoremas son inferibles de un subconjunto decidible de teoremas. La teoría T es axiomatizable si y sólo si hay un $\Delta \subseteq$ T tal que (1) $\Delta \subseteq$ T, (2) Δ es decidible respecto a $\mathcal{L}$ (T) y (3) $\{\alpha \in \mathcal{L}(T): \Delta \vdash \alpha\}$ = T" (Mosterín & Torretti, 2010. pág. 580).

Prosiguiendo con la revisión de su trabajo, en 1959 presentó el que es, tal vez, uno de sus aportes más significativos de la lógica modal. Antes que Kripke, Bayart (1959) proporcionó un teorema de completitud[3] para la lógica de primer orden de S5, pero, a diferencia de Kripke, utilizó el método de Henkin. Creswell (2016) sostiene que esta podría ser la primera vez que se utiliza este método en una demostración de completitud para la lógica proposicional modal. La aseveración de que un mundo posible puede ser cualquier cosa –que también puede ser desprendida de Kripke (1959)– no es menor. A modo de representación, para que una proposición sea posible debe existir al menos en un mundo posible; a diferencia de una proposición que sea necesaria, lo cual implica que debe existir en todos los mundos posibles. Sin embargo, existe un gran punto a favor de Kripke: su semántica es relacional, lo cual nos permite analizar los mundos posibles a la base de la teoría de grafos. A continuación, proseguiremos con ciertos aspectos preliminares que debemos tener en consideración, los cuales pueden ser encontrados con mayor detalle en cualquier manual de lógica modal como Hughes y Cresswell (1996).

La interpretación topológica de los operadores modales fue uno de los avances más relevantes de la lógica modal fue realizado durante la *era-prekripkeana*. Previo a dicha interpretación Marshall Stone (1936) expuso el famoso teorema (*Teorema de Representación de Stone*) que lleva su nombre. A partir de los incipientes trabajos de Tarski (1938) y McKinsey (1941), el trabajo no tan conocido de Tsao-Chen (1938) y los resultados entregados por McKinsey & Tarski (1944) podemos interpretar los operadores modales (□ y ◊) a través de una semántica topológica. Este método rechaza interpretar los operadores modales en términos de necesidad/posibilidad. El enfoque de la semántica topológica para la lógica modal nos entrega varias herramientas útiles. Primeramente, la semántica topológica de la lógica modal extiende las semánticas relacionales (semántica de Kripke), proporcionando elementos geométricos y espaciales los cuales enriquecen la semántica de mundos posibles.

Retomando la discusión sobre la lógica modal, existen dos conceptos sumamente ligados a la lógica, y en particular, a la modal. Hablamos de las nociones de *mundo*

[3] "[E]l cálculo deductivo de la lógica de primer orden es semánticamente completo, es decir, basta para deducir sin premisas todas las sentencias válidas de primer orden y para deducir a partir de premisas todas las consecuencias de esas premisas" (Mosterín & Torretti, 2010. pág. 569-570).

y *espacio,* existen distintas maneras de comprender o concebir los mundos posibles. A modo de conveniencia los resumiré en tres distintas concepciones, siguiendo en esto a Haack (1978, p. 190-191). Tenemos las concepciones *lingüística* (Hintikka, 1969), *conceptual* (Kripke, 1963b; 1972) y *realista* (Lewis, 1968; 1973; 1986).

En Kripke (1963b), para obtener una semántica modal, debemos utilizar la siguiente *estructura modelo*:

Un triplete ordenado: (**G**, **K**, **R**)

• **G**: El *mundo real* (**G** ∈ **K**)

• **K**: Conjunto no vacío (el conjunto de todos los mundos posibles)

• **R**: Relación reflexiva sobre **K**

Otros elementos:

• **m**: mundo ($\mathbf{m}_1$, $\mathbf{m}_2$, …, $\mathbf{m}_n$)

• *P*: Fórmula atómica

Para asignar valores de verdad (**V** o **F**) Kripke propone la siguiente *estructura modelo*:

• Para cada fórmula atómica *P* el modelo asigna un valor de verdad **V** o **F** en cada mundo **m** ∈ **K**. Por lo tanto, cada *modelo* de la *estructura modelo* es una función binaria φ(*P*, **m**).

El tratamiento de Kripke marca un antecedente histórico para la lógica. Para él, los mundos posibles se deben analizar conceptualmente, dicho con otras palabras, con una semántica que permita analizar si hay una *relación de accesibilidad* entre mundos. El enfoque conceptual de Kripke no significa que su análisis no sea filosófico, pero evidentemente su trabajo es bastante técnico hasta la publicación de *Naming and Necessity* (1980). Aunque existen otros artículos, esta es la exposición general y principal de la filosofía de Kripke. Desde otra vereda no tan amistosa para Kripke, podemos encontrar el enfoque lingüístico de Jaakko Hintikka (1969). Hintikka concibe a los mundos posibles como una mera

HYBRIS. Revista de Filosofía, Vol. 16 N° 1. ISSN 0718-8382, mayo 2025, pp. 59-78

posibilidad lingüística. Su tratamiento se asemeja al Kripke en cierto punto, pero Hintikka analiza la relación entre mundos en modelos de primer orden, a diferencia de la *estructura modelo* de Kripke. En el enfoque realista de David Lewis, el concepto de mundo puede ser tratado desde un punto de vista conceptual dentro de una semántica (Teoría de la Contraparte), pero utilizado como un mero útil para esa construcción; pudiendo analizar lo que está en ese mundo siempre y cuando tengamos acceso a dicho mundo. El caso de Lewis difiere de manera radical a los enfoques anteriores. Cuando Lewis habla de mundo *real*, no se refiere a nuestro mundo, ya que, para él todos los mundos posibles son *reales* y *concretos* en un sentido *material*, *real* no refiere a una mera posibilidad lingüística, como el de enunciar contrafactuales de manera indistinta.

Teniendo en cuenta está panorámica podemos inferir dos limitaciones o problemas de estas concepciones: Primero, la *estaticidad* o falta de *dinamismo* por parte de las *semánticas Kripke-Hintikka*. Dichas semánticas pertenecen a la tradición modelo-teórica, a través de las cuales solamente podemos hablar de *valuaciones* y relaciones de accesibilidad. Lo novedoso dentro de esta tradición es la cualidad de descubrir cómo actúa un sistema si le añadimos o quitamos axiomas. No obstante, llevamos haciendo eso por casi más de un siglo. Si queremos una semántica más dinámica nuestros modelos deben permitir generar una heurística y que su representación nos permita descubrir nuevos elementos en el sistema (o lo que quiera representar). La manera clásica de representar por parte de la semántica de mundos posibles es la teoría de grafos, pero, pareciera que dicha teoría es incompleta (o al menos, deja mucho que desear) respecto a nuestras aspiraciones. Por otro lado, una semántica probatoria-teórica nos permite derivar nuevos teoremas. Un enfoque algebraico, específicamente topológico, permite representar y analizar los procesos inferenciales que nos interesan, ya sea desde una topología clásica analizando la relación entre los puntos, o desde una topología sin puntos analizando meramente la estructura algebraica y sus propiedades. En segundo lugar, pareciera que la base o fundamentación filosófica de los mundos posibles es bastante radical. Por un lado, pareciera ser bastante sobria y sin muchos compromisos y, por el otro lado, pareciera ser que caemos en un extremismo tanto metafísico como de compromisos ontológicos. La filosofía que fundamente a los mundos posibles o cualquier tipo de estructura fundamental que requiera de una ontología que sea constructiva y que permita analizar tanto su verdad como su funcionamiento. Es así como la topología pareciera ser una buena herramienta para analizar lo que *fundamentalmente hay* y para describir *cómo es lo que hay*.

3. Una alternativa: La topología

En esta sección analizaremos dos formas en que la topología puede brindarnos su ayuda. En primer lugar, revisaremos el trabajo de Daniel Kostić, el cual se centra en la filosofía de la ciencia. En segundo lugar, revisaremos el trabajo de Thomas Mormann que está enfocado en la epistemología, lógica y metafísica. Comenzando nuestro análisis con Kostić, su trabajo plantea las hipótesis más significativas para el enfoque topológico, a las cuales daremos revisión en esta sección. Kostić (2018) ataca la *realización mecanicista* y *semántica*. Para él, la *realización semántica* tiene la cualidad predominante de ser descriptiva en vez de ser explicativa, esto debido a que la relación de realización no nos entrega respuesta a nuestros *por qué* producto de su incapacidad de distinguir entre diferentes bases de realización. En absoluto considero que la descripción sea innecesaria, al contrario, pero, para generar una buena ontología y tener bases epistemológicas sólidas es necesario privilegiar la *explicatividad*. Posteriormente, Kostić plantea otro problema de la realización semántica: su indiscriminación. La realización semántica no logra hacer distinciones entre *explanatia* topológicos distintos. Una realización semántica funcionará si describimos cualquier rol topológico, pero aquello acarrea un problema semántico: si trasladamos dicha descripción a otra semántica o si nuestra semántica la trasladamos a otro tipo de topología (por ejemplo, una topología sin puntos) tendremos una incompatibilidad. El punto no está en estar generando descripciones constantemente. Debemos entender que la realización semántica se concentra absolutamente en la descripción y no en la explicación.

En adición con lo anterior y dentro de un marco semántico, la reducción de *relación de realización* a funciones lógicas cae en el mismo problema según Kostić (2018); esto debido a que la interpretación de nuestra relación de realización vincula un concepto con una descripción microfísica o con roles causales. En otras palabras, estamos analizando la explicación en términos de dependencia de una teoría del significado y no analizando al fenómeno en sí. La relación de realización tiene más implicaciones que las ya expuestas. Precisamente, cuando trabajamos con fenómenos complejos, estamos lidiando con distintas escalas de realización. En otras palabras, las escalas de realización refieren a los distintos niveles en que pueden ser representados por una topología, ya sea en su nivel micro (molecular) o macro (sistemas complejos). La noción de escalas de realización implica que un fenómeno pudo haber sido realizado de distintas formas dependiendo del nivel de análisis o el contexto. Nuevamente, tenemos los niveles macro y micro, ya sea analizando los fenómenos químicos que ocurren en el cerebro (micro) o analizando cómo reacciona el cerebro a través de estímulos (macro). Sin embargo, enfocarnos meramente en las escalas de realización puede distraernos y reducir la relevancia de la complejidad de los sistemas. Kostić (2018) pone énfasis en la importancia de concentrarse en las implicaciones matemáticas y topológicas del análisis de fenómenos en sus distintas escalas. Más adelante, Kostić (2020) entregó una teoría general de las explicaciones topológicas, la cual describe cómo las propiedades matemáticas de los patrones de una red compleja determinan la dinámica de un sistema, lo que demanda criterios para distinguir entre "buenas" o "malas" explicaciones topológicas. Para Kostić (2020), una explicación topológica tiene a la base *contrafactuales* que describen *dependencias contrafácticas* entre propiedades topológicas del sistema en cuestión y su dinámica de red. La definición de explicación topológica en Kostić (2020, p. 2) –podría llegar a ser considerada *naive* en comparación con Kostić (2022)– se estructura de la siguiente manera:

A explica topológicamente ***B*** si y sólo si:

1. (*Facticidad*): ***A*** y ***B*** son aproximadamente verdaderos; y

2. O

(a) (*Modo Vertical*): ***A*** describe una topología global de la red, ***B*** describe alguna propiedad física general, y si ***A*** no se hubiese obtenido, entonces ***B*** tampoco se hubiese obtenido; o

(b) (*Modo Horizontal*): ***A*** describe un conjunto de propiedades topológicas locales, ***B*** describe un conjunto de propiedades físicas locales, y si los valores de ***A*** hubiesen sido diferentes, entonces los valores de ***B*** también hubiesen sido diferentes.

3. (*Perspectivismo Explicativo*): ***A*** es una respuesta a la pregunta relevante Q que busca una explicación sobre ***B***, de tal manera que Q determina si se utiliza el modo explicativo vertical u horizontal.

Kostić (2020) también pone en relevancia otro elemento de las explicaciones topológicas: la asimetría. La asimetría explicativa significa que las causas explican los efectos y no viceversa. Las explicaciones topológicas –según el autor– no se ven afectadas por la simetría. Kostić (2020, p. 5) presenta tres condiciones para la asimetría de las explicaciones topológicas:

• *Asimetría de Propiedad*: Si ***A*** explica ***B***, ***A*** es una propiedad topológica y ***B*** es una propiedad física.

• *Asimetría Contrafactual*: Si ***A*** explica topológicamente a ***B***, ***B*** *depende contrafactualmente* de ***A***.

• *Asimetría Perspectival*: Aunque ***A*** sea una respuesta relevante a una pregunta que busca explicación sobre ***B***, a veces ***B*** no será una respuesta a la pregunta relevante Q que busca una explicación sobre ***A***.

La factibilidad, los modos verticales y horizontales, y el perspectivismo explicativo son elementos fundamentales en la teoría de Kostić; desarrollados con mayor detalle en Kostić (2022). En Kostić & Khalifa (2021) se presenta otro problema que tiene relación con el problema de la asimetría: el problema de la direccionalidad. Repasemos y definamos los requisitos de asimetría y direccionalidad explicativas (Kostić & Khalifa, 2021, p. 14148):

• El requisito de asimetría en la explicación es: Si *X* explica *Y*, entonces *Y'* no explica *X'*, donde *X* e *Y* son altamente similares o idénticos a *X'* e *Y'* respectivamente.

• El requisito de direccionalidad en la explicación es: Si *X* explica *Y*, entonces no-*Y'* no explica no-*X'*, donde *X* e *Y* son muy similares, pero no idénticos a *X'* e *Y'* respectivamente.

El problema de la direccionalidad ataca a las concepciones no ontológicas de explicación, pues este implica que las relaciones explicativas son dependientes ontológicamente y que han de estar respaldadas por relaciones causales o constitutivas. Kostić y Khalifa (2021, p. 14151-14152) entregan un ejemplo de explicación topológica que es bidireccional, tomando como propiedad topológica a la MFC (*mean functional connectivity*), que es la forma en que diferentes regiones del cerebro se comunican entre sí y que explica cómo estos patrones de conectividad pueden cambiar durante episodios epilépticos. La MFC permite analizar las redes corticales desde un punto de vista matemático y gráfico. Por ende, podemos identificar patrones para predecir y comprender la dinámica del cerebro durante una crisis. La bidireccionalidad se comprenderá mejor teniendo en cuenta el esquema final de Kostić. Revisemos el marco planteado en Kostić (2022, p. 97-98) para identificar las propiedades topológicas:

1. Que *a* sea *F* explica topológicamente por qué *b* es *G* (*a* y *b* son a menudos idénticos) si y sólo si:

(T1): *a* es *F* (donde *F* es una propiedad topológica)

(T2): *b* es *G* (donde *G* es una propiedad empírica)

(T3): Si *a* hubiese sido *F'* (en lugar de *F*), entonces *b* habría sido *G'* (en lugar de *G*).

(T4): Que *a* sea *F* es una respuesta a la pregunta por qué *a* es *G*.

2. ¿Qué significa cada postulado?

(T1): Distingue qué tipo de propiedades se consideran explicativas y, de este modo, determina si una explicación es topológica o de otro tipo.

(T2): Garantiza que *G* es un *explanandum* científico adecuado, es decir, es una descripción de un fenómeno empírico.

(T3): Asegura la *explicatividad*, es decir, captura relaciones de *dependencia contrafáctica*.

3. (T4): Proporciona criterios contextuales para utilizar el contrafactual en dos modos explicativos:

(T4H): *a* describe una *dependencia contrafáctica* entre propiedades topológicas y propiedades empíricas que se encuentran en el mismo nivel (*Local*).

(T4V): *a* describe una *dependencia contrafáctica* entre propiedades topológicas y propiedades empíricas que se encuentran en niveles diferentes (*Global*).

Nuestra propiedad empírica podría, por ejemplo, ser una medición que nos permita demostrar algún hecho bioquímico en el cerebro y así correlacionarse con nuestra propiedad topológica, que en este caso es la MFC. Por lo tanto, tenemos asimetría, pero también bidireccionalidad. Por otro lado, usualmente tendremos explicaciones topológicas no causales, aquello no significa necesariamente que estamos hablando de simetría. Finalmente, la última crítica respecto a este enfoque es la visión mecanicista de las explicaciones topológicas (Kostić & Khalifa, 2023). Kostić se considera un *autonomista* de las explicaciones topológicas. Un autonomista cree que las explicaciones topológicas no siempre pueden o deben ser reducidas a explicaciones mecanicistas. Por ende, un autonomista cree que la topología tiene propiedades únicas que nos permiten trascender una mirada mecanicista. Un punto a favor de esta postura y que guarda conexión con algo mencionado anteriormente es que la topología, al ser un área de la matemática tan abstracta y con propiedades matemáticas complejas, puede ofrecer explicaciones no-causales, ya que su abstracción y propiedades matemáticas no dependen necesariamente de relaciones causales o mecánicas. Por el contrario, un mecanicista caracteriza un mecanismo como un conjunto de partes cuyas interacciones son organizadas para causar un fenómeno. Dichos fenómenos son entendidos en términos de entidades, actividades e interacciones dentro de un espacio y tiempo. Pareciera ser que el mecanicista busca validar su explicación a través de modelar interacciones o relaciones causales más allá de comprender el fenómeno, lo que podría sugerir que el mecanicista cae en sesgos de confirmación, en tanto su labor pareciera ser *crear* relaciones causales para comprender un fenómeno, en vez de buscar una manera de explicar y entender el fenómeno en sí mismo. Aquello no quita que puedan existir explicaciones causales, pero, parece que las explicaciones no-causales habitan entre nosotros.

Thommas Mormann realiza un análisis diferente al de Kostić en varios sentidos. Primeramente efectúa un estudio histórico de la relación entre topología y filosofía (Mormann, 2013). Debe hacerse la salvedad de que Mormann analiza la relación entre topología y filosofía desde el siglo XIX en adelante, con un énfasis especial en el siglo XX. Sin embargo, no es muy difícil tener en cuenta que la filosofía y la geometría han estado históricamente juntas. El cambio de *paradigma*, si lo podemos llamar así, es el hecho de que ahora podemos analizar las propiedades de los cuerpos geométricos. Mormann menciona algunos matemáticos relevantes en la incipiente área de la topología como Georg Cantor , Henri Poincaré , Maurice Fréchet , y Felix Hausdorff ; matemáticos que tendrán una fuerte influencia en los tres filósofos *pioneros* en el análisis filosófico de la topología: Bertrand Russell, Rudolf Carnap y Ernest Cassirer; siendo los principales exponentes de aquel trabajo incipiente (Mormann 2013, p. 429-431). Resultaría en extremo aventurado decir que ellos desarrollaron una *topología filosófica*. Puede ser que en el caso de Russell haya más fundamentos, pero en el caso de Cassirer y Carnap sus trabajos en topología residen en bosquejos o esbozos dentro de un marco geométrico. Resulta interesante observar el énfasis geométrico de autores como Carnap, que en su caso se ve transparentada en su tesis doctoral, titulada *Der Raum. Ein Beitrag zur Wissenschaftslehre* (*El espacio. Una contribución a la enseñanza de las ciencias*). Mormann sostiene que Carnap "propone salvar un *a priori sintético* kantiano de espacio al concebir la estructura métrica del espacio como una mera convención, pero manteniendo la estructura topológica del espacio euclidiano como un núcleo *a priori*" (2013, p. 29).

Lamentablemente, para nuestros intereses filosóficos Carnap no continuó trabajando en topología, pero sin duda esta disciplina se enmarca perfectamente en su proyecto filosófico y sería sumamente interesante analizar las implicaciones que tiene su trabajo posterior en la filosofía o qué elementos topológicos podrían mejorar ciertas características o elementos de la filosofía de Carnap. Por otro lado, tenemos el trabajo de Cassirer respecto a la geometría. Sin lugar a duda Cassirer da una relevancia fundamental respecto a la geometría en la filosofía, pero, al igual que concluye con Carnap, no hay mucha topología en Cassirer (1953). En definitiva, no hay suficiente énfasis en la topología para poder decir que Cassirer habla o desarrolla una *topología filosófica*. Bertrand Russell, por otro lado, desarrolla profundamente una filosofía que va más allá de la geometría, lo que queda plasmado en Russell (1914; 1927; 1936). El núcleo del pensamiento topológico de Russell yace en sus aplicaciones, específicamente en

> […] el análisis lógico y la elucidación de relaciones complejas entre *sense data* y las conceptualizaciones matemáticas de la física.
> En concreto, Russell quería demostrar que las estructuras matemáticas básicas del espacio-tiempo físico –generalmente concebidas como conjuntos estructurados de puntos espaciales y temporales– podrían ser lógicamente reconstruidas a partir de '*crude sense data*', los cuales más tarde serían caracterizados como 'eventos' (Mormann 2013, p. 429)

Russell, al igual que Carnap y Cassirer, no prosperó en el estudio de la topología por distintas razones, siendo una de ellas es el poco interés de parte de sus colegas por el problema, pero Mormann (2013) va más allá y se compromete con una tesis histórica antes que sociológica. Primero, el centro de atención a principios del siglo

XX era la lógica y los fundamentos de las matemáticas; y segundo, el *método formal-filosófico* imperante en la filosofía, que durante siglos fue la geometría, pasó a ser la lógica, por lo que cualquier otro método formal no llamaba el interés o escapaba fuera del *paradigma* imperante. Mormann logra elucidar muy bien el proceso histórico que enfrentó la topología, aunque todavía no podemos decir que la topología goce actualmente de una relevancia significativa. Posteriormente, Mormann entrega ciertas observaciones interesantes, como que es probable que Russell no haya leído los textos de Stone, los cuales podrían haberle brindado el soporte formal que él deseaba; o la destacable continuidad del uso de métodos formales por parte de filósofos de la ciencia como Patrick Suppes, Bas van Frassen y Richard Giere, que toman elementos *conjuntistas*, semánticos y geométricos para respaldar sus teorías (no olvidemos aquí las dificultades que expone Kostić respecto al *semanticismo*: realización semántica y topológica).

Para Mormann (2013, p. 433), la topología nos ofrece una gran herramienta para mapear nuestras teorías. Ya que estas nos ofrecen *espacios conceptuales*, podemos mapear las conexiones que tiene nuestra teoría y, siguiendo a Kostić, podemos analizar las *dependencias contrafácticas* que ocurren o se implican si seguimos nuestra teoría en cuestión. La topología puede utilizarse como medio para analizar cierto tipo de relaciones explicativas. En cierta medida, Mormann (2014) postula que la topología puede ser útil para construir modelos de *junky worlds*. No solo observa, al igual que Kostić, el valor epistémico de la topología, sino también el poder explicativo e ilustrativo de la topología en relación con explicaciones o relaciones metafísicas. Véase el caso de la vaguedad (Mormann, 2022), donde se utilizan herramientas topológicas para poder analizar la vaguedad como los *espacios débilmente dispersos* y los *espacios polares*. Utilizar dichos conceptos permite entender cómo funcionan los conceptos de nuestra teoría y cómo se relacionan entre sí. Esto no excluye a las teorías filosóficas, ya que estas también están compuestas de conceptos que se relacionan entre sí. A su vez, esto también nos permitiría saber si hay conceptos que *supervienen* o poseen alguna propiedad causal (o no) dentro de nuestra teoría. Mormann (2021) presenta un esquema para una *teoría de los espacios conceptuales*, o dicho en otras palabras, un marco teórico que nos permite analizar las relaciones, conexiones, o dinámicas de nuestra teoría. Volviendo al caso de la vaguedad, las formas de representarla y comprenderla deben ir de la mano con los conceptos que ella trae, por lo que se vuelve necesario utilizar conceptos como *espacios débilmente dispersos* o *espacios polares*. Según Mormann (2020), la lógica podría estar perdiendo un lugar importante en la

HYBRIS. Revista de Filosofía, Vol. 16 N° 1. ISSN 0718-8382, mayo 2025, pp. 59-78

epistemología y metafísica. Tal aseveración puede resultar un tanto extrema. Sin duda, en epistemología se han logrado grandes avances como la lógica epistémica, la lógica dinámica epistémica, la lógica dialógica, entre otras lógicas; pero en los últimos años han existido nuevos progresos que apuestan por fusionar lógica y topología (Baltag et al., 2022; Bjorndahl & Özgün, 2020). Desde el punto de vista de la metafísica los aportes y avances son más escasos. Si bien sabido que la metafísica y la lógica parecieran no congeniar mucho, un enfoque lógico-topológico o meramente topológico sería interesante de revisar. Probablemente, la razón de la "escasez" de dichos vínculos entre topología, lógica y metafísica van de la mano con el desconocimiento de la historia de la topología y el imperante dominio de la lógica. Un motivo más para familiarizarse con los trabajos incipientes de Cassirer, Carnap y Russell, pero, aún más, con los resultados de Stone.

4. Conclusión

En este artículo realizamos una revisión histórica del vínculo existente entre la topología y la filosofía, sus principales características, exponentes y resultados:

- Caracterizamos la conexión entre la lógica modal y el desarrollo de la topología. Al mismo tiempo, defendimos la labor de la lógica en la filosofía.

- Analizamos críticamente el argumento de Mormann, el cual expone el reemplazo en el uso de la geometría por la lógica, evitando así la masificación de los resultados de Stone entre los filósofos y los lógicos.

- Formulamos argumentos a favor del uso de los postulados de Kostić respecto a las explicaciones topológicas.

Finalmente, después de analizar la historia, problemas y actualidad de la topología, podemos obtener un esquema claro del problema que significa seguir ignorando esta área de conocimiento. Sin embargo, es necesario tener ciertos conocimientos matemáticos para poder comprender y utilizar esta herramienta para los propósitos que nos parezcan pertinentes.

La inclusión de la topología en la epistemología, específicamente en las lógicas epistémicas, es un tópico actual que avanza a grandes pasos, y nuestra labor filosófica es incluir en nuestros programas de investigación el análisis topológico (o lógico-topológico) de la metafísica, ontología, y otras de la filosofía.

Referencias

Baltag, A., Bezhanishvili, N., Özgün, A., & Smets, S. (2022). Justified belief, knowledge, and the topology of evidence. *Synthese, 200*(512), 512. https://doi.org/10.1007/s11229-022-03967-6

Bayart, A. (1958). La Correction de la Logique Modale du Premier et Second Ordre S5. *Logique et Analyse, 1*(1), 28-45. https://www.jstor.org/stable/44083329

Bayart, A. (1959). Quasi-adéquation de la Logique Modale de Second Ordre S5 et Adéquation de la Logique Modale de Premier Ordre S5. *Logique et Analyse, 2*(6/7), 99-121. https://www.jstor.org/stable/44083456

Bjorndahl, A., & Özgün, A. (2020). Logic and topology for knowledge, knowability, and belief. *The Review of Symbolic Logic, 13*(4), 748-775. https://doi.org/10.1017/S1755020319000509

Carnap, R. (1922). Der Raum. Ein Beitrag zur Wissenschaftslehre. Kantstudien Ergän-zunghefte. *PhD. Thesis*. Berlin: Reuther & Reichard.

Carnap, R. (1946). Modalities and Quantification. *The Journal of Symbolic Logic, 11*(2), 33-64. https://doi.org/10.2307/2268610

Carnap, R. (1947). *Meaning and Necessity.* Chicago: University of Chicago Press.

Cassirer, E. (1953). *The Philosophy of Symbolic Forms.* New Heaven: Yale University Press.

Cresswell, M. (2013, June 15-20). Carnap and McKinsey: Topics in the Pre-History of Possible-Worlds Semantics. *Proceedings of the 12th Asian Logic Conference*, 53-75. Wellington, New Zealand: World Scientific Publishing Company. https://doi.org/10.1142/8701

Cresswell, M. (2014). The Completeness of Carnap's Predicate Logic. *Australasian Journal of Logic, 11*(1), 46-61. https://doi.org/10.26686/ajl.v11i1.2017

Cresswell, M. (2015). Arnould Bayart's modal completeness theorems: translated with an introduction and commentary. *Logique et Analyse, 58*(229), 89-142. https://www.jstor.org/stable/44085332

Cresswell, M. (2016). Worlds and Models in Bayart and Carnap. *The Australasian Journal of Logic, 13*(1), 1-10. https://doi.org/10.26686/ajl.v13i1.3927

Cresswell, M. (2019). Modal Logic before Kripke. *Organon F, 26*(3), 323-339. https://doi.org/10.31577/orgf.2019.26302

Cresswell, M. (2020). Revisiting McKinsey's 'Syntactical' Construction of Modality. *The Australasian Journal of Logic, 17*(2), 123-140. https://doi.org/10.26686/ajl.v17i2.4073

Haack, S. (1978). *Philosophy of Logics.* Cambridge: Cambridge University Press.

Hintikka, J. (1969). Semantics for Propositional Attitudes. In J. Hintikka, *Models for Modalities. Selected Essays* (Vol. 23, pp. 87-111). Dordrecht: Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-010-1711-4_6

Hughes, G., & Cresswell, M. (1996). *A New Introduction to Modal Logic.* London: Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203028100

Kostić, D. (2018). The topological realization. *Synthese, 196*, 79-98. https://doi.org/10.1007/s11229-016-1248-0

Kostić, D. (2020). General theory of topological explanations and explanatory asymmetry. *Philosophical Transactions of the Royal Society B, 375*, 1-8. https://doi.org/10.1098/rstb.2019.0321

Kostić, D. (2022). Topological Explanations: An Opinionated Appraisal. In I. Lawler, K. Khalifa, & E. Shech (Eds.), *Scientific Understanding and Representation: Modeling in the Physical Sciences* (pp. 96-115). New York: Routledge.

Kostić, D. (2024). On the Role of Erotetic Constraints in Noncausal Explanations. *Philosophy of Science, 91*(5), 1078-1088. https://doi.org/10.1017/psa.2023.114

Kostić, D., & Khalifa, K. (2021). The directionality of topological explanations. *Synthese, 199*, 14143-14165. https://doi.org/10.1007/s11229-021-03414-y

Kostić, D., & Khalifa, K. (2023). Decoupling Topological Explanations from Mechanisms. *Philosophy of Science, 90*(2), 245-268. https://doi.org/10.1017/psa.2022.29

Kripke, S. A. (1959). A completeness theorem in modal logic. *The Journal of Symbolic Logic , 24*(1), 1-14. https://doi.org/10.2307/2964568

Kripke, S. A. (1963a). Semantical Analysis of Modal Logic I Normal Modal Propositional Calculi. *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik , 9*(5-6), 67-96. https://doi.org/10.1002/malq.19630090502

Kripke, S. A. (1963b). Semantical Considerations on Modal Logic. *Acta Philosophica Fennica, 16*, 83-94.

Kripke, S. A. (1965). Semantical Analysis of Modal Logic II. Non-Normal Modal Propositional Calculi. In J. W. Addison, L. Henkin, & A. Tarski (Eds.), *The theory of models* (pp. 206-220). Amsterdam: North-Holland Publishing Company.

Kripke, S. A. (1980). *Naming and Necessity: Lectures Given to the Princeton University Philosophy Colloquium.* (D. Byrne, & M. Kölbel, Eds.) Cambridge: Harvard University Press.

Kuratowski, K. (1966). *Topology. Vol. I.* New York: Academic Press.

Lewis, D. (1968). Counterpart Theory and Quantified Modal Logic. *The Journal of Philosophy, 65*(5), 113-126. https://doi.org/10.2307/2024555

Lewis, D. (1973). *Counterfactuals.* Cambridge: Harvard University Press.

Lewis, D. (1986). *On the Plurality of Worlds.* Oxford: Basil Blackwell.

McKinsey, J. C. (1941). A solution of the decision problem for the Lewis systems S2 and S4, with an application to topology. *Journal of Symbolic Logic, 6*(4), 117-134. https://doi.org/10.2307/2267105

McKinsey, J. C., & Tarski, A. (1944). The Algebra of Topology. *Annals of Mathematics, 45*(1), 141-191. https://doi.org/10.2307/1969080

Mormann, T. (2013). Topology as an Issue for History of Philosophy of Science. In H. Andersen, D. Dieks, W. J. Gonzalez, T. Uebel, & G. Wheeler (Eds.), *New Challenges to Philosophy of Science* (Vol. 4, pp. 423-434). Dordrecht: Springer.

Mormann, T. (2014). Set Theory, Topology, and the Possibility of Junky Worlds. *Notre Dame Journal of Formal Logic, 55*(1), 79-90. https://doi.org/10.1215/00294527-1960497

Mormann, T. (2020). Topological Aspects of Epistemology and Metaphysics. In A. Peruzzi, & S. Zipoli Caiani (Eds.), *Structures Mères: Semantics, Mathematics, and Cognitive Science* (Vol. 57, pp. 135-152). Cham: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-51821-9_7

Mormann, T. (2021). Prototypes, poles, and tessellations: towards a topological theory of conceptual spaces. *Synthese, 199*, 3675-3710. https://doi.org/https://doi.org/10.1007/s11229-020-02951-2

Mormann, T. (2022). Topological Models of Columnar Vagueness. *Erkenntnis, 87*, 693-716. https://doi.org/10.1007/s10670-019-00214-2

Mosterín, J. & Torretti, R, (2010). *Diccionario de Lógica y Filosofía de la Ciencia*. (Segunda ed.). Madrid: Alianza Editorial.

Russell, B. (1915). *Our Knowledge of the External World: As a Field for Scientific Method in Philosophy.* Chicago and London: The Open Court Publishing Company.

Russell, B. (1927). *The Analysis of Matter.* London: Kegan Paul, Trench, Trubner & Co. Ltd.

Russell, B. (1936). On order in time. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 32*, 216-228.

Stone, M. H. (1936). The Theory of Representation for Boolean Algebras. *Transactions of the American Mathematical Society, 40*(1), 37-111. https://doi.org/10.2307/1989664

Tarski, A. (1938). Der Aussagenkalkül und die Topologie. *Fundamenta Mathematicae, 31*, 103-134. https://doi.org/10.4064/fm-31-1-103-134

Tsao-Chen, T. (1938). Algebraic postulates and a geometric interpretation for the Lewis calculus of strict implication. *Bulletin of the American Mathematical Society, 44*(10), 737-744. https://projecteuclid.org/journals/bulletin-of-the-american-mathematical-society/volume-44/issue-10/Algebraic-postulates-and-a-geometric-interpretation-for-the-Lewis-calculus/bams/1183500884.full